

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE
ESAME DI ANALISI MATEMATICA - A.A.2006/07
(dott.ssa Vannella)

Primo esonero (8 novembre 2006)

1. Quali delle seguenti successioni sono monotone? Quali sono limitate? Giustificare le risposte

- a) $\frac{1}{n+2}$;
- b) $\log(n+2)$;
- c) $\cos(n\pi)$;
- d) $\cos(2n\pi)$.

2. Dimostrare che non esiste il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{1}{x}}.$$

3. Calcolare, quando esistono, i seguenti limiti

- a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{4 + 3 \sin n}{10} \right)^n$;
- b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt{3}}{1 - \sqrt{x+1}}$;
- c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$;
- d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + x}{\tan x + x}$;
- e) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(\log x)}{\log x}$;
- f) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 - 2x + 3} + x$.

4. Assegnata la funzione $f(x) = \begin{cases} x & \text{se } x \neq 4 \\ 3 & \text{se } x = 4 \end{cases}$ stabilire, giustificando le risposte,

- a) se esiste e, in caso affermativo, quanto vale $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$;
- b) se f è continua in $x = 4$;
- c) se f è continua in $x = 1$.

5. (facoltativo)

Utilizzando la definizione di limite di successione dimostrare che se $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = x > y$ allora esiste $n_0 \in \mathbb{N}$ per cui $a_n > y$ per ogni $n > n_0$.

COGNOME: _____ NOME: _____

Avvertenze: prima di iniziare lo svolgimento, scrivere in stampatello cognome e nome sia sul foglio della traccia che in alto a destra su ciascun foglio del compito. **Il foglio della traccia deve essere consegnato insieme al compito.** E' consigliabile, anche se non è obbligatorio, consegnare anche la brutta copia, barrandola in modo da distinguerla dalla bella.